

LEHRPLAN

FÜR DAS FACH

MATHEMATIK

IN DER KURSSTUFE DES

GYMNASIUMS

VORBEMERKUNGEN

Im traditionellen Mathematikunterricht besitzen die Vermittlung und die Anwendung von Kalkülen ein wesentlich größeres Gewicht als das Entdecken und das Verstehen zentraler Inhalte und Problemlösungen. Um die allgemein bildende Funktion des Unterrichtsfaches Mathematik wirksam zu entfalten, möchte der vorliegende Lehrplan dagegen die formal bestimmte Mathematik wie die anwendungs- und problemlöseorientierte Mathematik in gleicher Weise zur Geltung bringen. Unterrichtlich soll dies durch eine Akzentverschiebung weg von „Mathematik als Produkt“ hin zu „Mathematik als Prozess“ realisiert werden:

Mathematik als Produkt

- Vermittlung und Anwendung eines Kalküls
- Weitergabe von Wissen, Zusammenhänge vermitteln
- Abgeschlossenheit anstreben
- Von der Struktur zur Anwendung
- Im vorgegebenen Modell arbeiten
- Isolierte Probleme mit eindeutiger Lösung
- Begriffe vorgeben, Sätze formal beweisen
- Konvergente, ergebnisorientierte Unterrichtsführung
- Fehler als Zeichen mangelhafter Produktbeherrschung

Mathematik als Prozess

- Erarbeitung des und Einsicht in den Kalkül
- Aufbau von Wissen, Zusammenhänge entdecken
- Offenheit bewusst zulassen
- Vom Problem zur Struktur
- Realität modellieren
- Vernetzte Problemfelder mit vielfältigen Lösungen
- Begriffe entwickeln, Sätze finden, plausibel begründen
- Offene prozessorientierte Unterrichtsführung
- Fehler als Anlass für konstruktive Verbesserungen

Die zugehörigen Lehr- und Lernprozesse müssen daher verstärkt von „offenen Problemstellungen“ ausgehen, die das eigenständige mathematische Handeln der Schülerinnen und Schüler herausfordern.

Offene Aufgabenstellungen rücken auch das mathematische Modellbilden und das Interpretieren formaler Ansätze und Ergebnisse in den Vordergrund. Deshalb müssen auch das sprachliche Beschreiben von Problemlöseprozessen und die kritische Wertung der gefundenen Ergebnisse einen deutlich größeren Stellenwert erhalten.

Kreatives experimentelles Entdecken von Problemlösungen und von Zusammenhängen wird durch eine sachgerechte Anschauung wesentlich unterstützt. In Zukunft soll somit, insbesondere in der Analysis, die schnelle und einfache Visualisierung eines Sachverhalts am Anfang des Denkprozesses stehen und nicht als Ergebnis langwieriger Bemühungen am Ende. Damit erhält der Einsatz eines Rechners zum Plotten von Schaubildern besondere Bedeutung. Er ermöglicht, die für das Fach Mathematik unverzichtbare Kompetenz im Umgang mit Funktionen zu erwerben. Diese umfasst alle in den Klassen 5 bis 11 behandelten Funktionstypen, ein Teil davon wird in der Kursstufe vertieft behandelt.

Die Ansätze zum selbstorganisierten Lernen und zur Gewinnung von Methodenkompetenz sollen verstärkt werden. Der Lehrplan gibt deshalb Hinweise für schülerzentrierten Unterricht und zeigt Möglichkeiten für eine selbständige Erarbeitung durch die Schülerinnen und Schüler. Dazu gehören insbesondere die Anregungen für *projektorientiertes Arbeiten* und *selbstorganisiertes Lernen*.

Unterrichtsformen, die durch Begriffe wie kumulatives Lernen, problemorientiertes Lernen, Lernen aus Fehlern und neue Aufgabenkultur gekennzeichnet sind, sollen bevorzugt werden. Dazu tragen verschiedene Formen der Gruppen- und Teamarbeit sowie der selbstverständliche Einbezug neuer Medien und Technologien bei. Abwechslungsreiche, auch fächerverbindende Anwendungsaufgaben ermöglichen eine horizontale wie auch vertikale Vernetzung und fördern so nachhaltiges Verständnis.

Aspekte eines schülerorientierten Unterrichts

Neben die Vermittlung von Inhalten tritt die selbständige Erarbeitung durch die Schülerinnen und Schüler. An geeigneten Stellen bearbeiten sie vorwiegend außerhalb des Unterrichts allein oder im Team ein Thema (siehe Anhang: Vorschläge für *Selbstorganisiertes Lernen*) und leisten mit ihren Ergebnissen einen Beitrag zum Unterricht. Dabei kommt es besonders auf die Dokumentation und die Präsentation der Ergebnisse an.

In den folgenden Lehrplaneinheiten werden auch Themen zum projektorientierten Arbeiten zur Wahl gestellt. Diese können über die Lehrplaneinheit oder Kursstufe hinausführen und fördern damit das kumulative und vernetzte Lernen. Mindestens eines dieser Themen ist zu bearbeiten.

Im Hinblick auf mündliche Prüfungen sollen das Darstellen und Begründen sowie das Verhalten in Prüfungssituationen eingeübt werden.

Lehrplaneinheit 1: Folgen und Grenzwerte

< 20 >

Bei der Untersuchung von Folgen erfahren die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, ihre bisherige Vorstellung von Grenzprozessen zu präzisieren. Sie lernen eine formale Beschreibung des Infinitesimalen kennen und verstehen. So gewinnen sie eine vertiefte Einsicht in die Grundlagen der Analysis.

<p>Folgen, rekursive Folgen Vollständige Induktion Grenzwert einer Folge Konvergenz monotoner und beschränkter Folgen</p> <p>Grenzwerte von Funktionen</p> <p>Projektorientiertes Arbeiten: W Fibonacci</p>	<p>Im Vordergrund steht die Grenzwertidee und nicht das formale Nachweisen von Grenzwerten.</p> <p>An eine formale Behandlung von Monotonie und Beschränktheit ist nicht gedacht. Der Zusammenhang mit der Intervallschachtelung sollte veranschaulicht werden.</p> <p>Möglichkeit für Schülerreferate: Historische Texte Anwendung von Folgen, zum Beispiel Reihen, Folgen der fraktalen Geometrie, numerische Bestimmung der eulerschen Zahl e Leonhard Euler (1707 - 1783) → D ARB 1, Sprechen und Schreiben</p>
---	--

Lehrplaneinheit 2: Einführung in die Integralrechnung

< 15 >

Die Schülerinnen und Schüler erkennen, dass der Zusammenhang zwischen der Integral- und Differenzialrechnung den Zusammenhang zwischen einer Größe und ihrer Änderung beschreibt. Bei der Einführung des Integrals erfahren sie erneut die Tragweite des Grenzwertbegriffs.

<p>Stammfunktion Integral, Integralfunktion</p> <p>Eigenschaften des Integrals Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung</p>	<p>Verschiedene Aspekte des Integralbegriffs wie z.B. aus Änderungen rekonstruierter Bestand, Mittelwert, Flächen- und Rauminhalt</p>
---	---

Lehrplaneinheit 3: Weiterführung der Differenzial- und Integralrechnung im Bereich ausgewählter Funktionen

< 36 >

Die Methoden der Differenzial- und Integralrechnung werden weiterentwickelt. So finden die Schülerinnen und Schüler Zugang zu weiteren wichtigen Funktionsklassen und lernen ihre charakteristischen Eigenschaften kennen. Damit erwerben sie die Kompetenz, konkrete Situationen zu mathematisieren. Sie stellen ihre Bearbeitung übersichtlich, logisch richtig und sprachlich korrekt dar.

<p>Produkt- und Quotientenregel Verkettung von Funktionen, Kettenregel Integration durch lineare Substitution</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Von den folgenden zwei Wahlmodulen ist einer vertieft zu behandeln, beim anderen sind Grundkompetenzen sicherzustellen.</p> </div> <p>W Gebrochen-rationale Funktionen W Trigonometrische Funktionen</p> <p>Exponentialfunktionen Untersuchung zusammengesetzter Funktionen</p>	<p>Der unterrichtliche Stellenwert vollständiger Kurvendiskussionen reduziert sich durch den Einsatz des grafikfähigen Taschenrechners.</p> <p>Die Arbeit am Rechner ermöglicht selbständiges Entdecken wichtiger Eigenschaften der Funktionsklassen.</p> <ul style="list-style-type: none"> → Ph (4) LPE 1, Radiales elektrisches Feld → Ph (2) LPE 1, Ph (4) LPE 3, Sinusförmige Wechselspannungen → Ph (2) LPE 2, Ph (4) LPE 4, Harmonische Schwingungen → Ph (2) LPE 2, Ph (4) LPE 5, Elektromagnetische Schwingungen <p>Logarithmusfunktion als Hilfsmittel, auch bei Integralen</p>
--	---

Lehrplaneinheit 4: Mathematik in der Praxis: Anwendungen der Differenzial- und Integralrechnung

< 25 >

Anhand zahlreicher Beispiele gewinnen die Schülerinnen und Schüler Einblick in den Anwendungsaspekt der Mathematik und erkennen damit die tragende Bedeutung mathematischer Methoden und Verfahren zur Lösung vieler realer Probleme. Insbesondere werden sie sich der einzelnen Schritte des Modellierens bewusst: Problembeschreibung, mathematische Modellierung, Durchführung der Modellrechnung, Interpretation, Modellkritik. Numerische Verfahren erlauben ihnen nun auch Antworten in den Fällen zu geben, die sie geschlossen nicht lösen können. Als Abrundung ihrer bisherigen Möglichkeiten schließen sie auch aus dem Änderungsverhalten von Größen auf deren funktionale Abhängigkeit. Die angewandten Arbeitsmethoden, auch der Umgang mit den entsprechenden Hilfsmitteln, führen die Schülerinnen und Schüler an die Grundlagen wissenschaftlicher Arbeit heran.

<p>Näherungsverfahren zur Bestimmung von Nullstellen und Berechnung von Integralen</p> <p>Anwendungen des Integrals</p> <p>Wachstums- und Zerfallsprozesse</p> <p>Die Differenzialgleichungen für natürliches und beschränktes Wachstum</p>	<p style="text-align: center;">➤ 4</p> <p>An eine isolierte Behandlung dieser Unterrichtseinheit ist nicht gedacht.</p> <p>Newton-Verfahren, Isaac Newton (1643 - 1727) Keplersche Regel, Johannes Kepler (1571 - 1630) Schülerreferat</p> <ul style="list-style-type: none"> → Ph LPE 1, Energie des elektrischen Feldes → Ph (4) LPE 3, Effektivwerte
---	---

Offene Problemstellungen

Funktionen in realem Bezug, Approximation,
Beispiele aus Naturwissenschaften, Technik, Gesellschaft
und Umwelt,
selbständige Bearbeitung von Beispielen aus verschiede-
nen Sachgebieten in Form von
Schülerreferaten oder als Gruppenpuzzle

➤ 5

Projektorientiertes Arbeiten:

- W Modellierung
- W Differenzialgleichungen
- W Dynamische Prozesse

- Gk (2) LPE 12.1, Gk (4) LPE 13.1
- Ph (4) LPE 3
- Bio LPE 2, Rezeptor, LPE 3

Lehrplaneinheit 5: Lineare Gleichungssysteme, Vektoren

< 16 >

Mit den linearen Gleichungssystemen lernen die Schülerinnen und Schüler ein zentrales Gebiet der Mathematik kennen, das in vielen Bereichen von Wissenschaft, Wirtschaft und Gesellschaft unentbehrliche Hilfsmittel bereitstellt. Sie wenden den gaußschen Algorithmus zur Berechnung der Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems sicher und gewandt an. Die erworbenen Kenntnisse setzen sie bei der Behandlung realer Probleme aus unterschiedlichen Fachgebieten ein. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten mit Vektoren im Anschauungsraum und werden mit ihnen vertraut.

Gauß-Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme (LGS)

Lineare Gleichungssysteme in realem Bezug

Vektoren im Anschauungsraum

Linearkombinationen

Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit

Projektorientiertes Arbeiten:

- W Mehrstufige Prozesse
- W Vektorraumstruktur

Schülerreferat: Carl Friedrich Gauß (1777 - 1855)

Bei Anwendungen genügt es oft, das LGS mit Hilfe des Rechners zu lösen. Im Vordergrund steht das Modellieren.

- Gk (2) LPE 12.1, Gk (4) LPE 13.1
 - Bio LPE 2, Immunsystem, LPE 3
- Beispiele in verschiedenem Kontext

Lehrplaneinheit 6: Affine Geometrie im Anschauungsraum

< 25 >

Die Schülerinnen und Schüler erfahren, wie sich Geraden und Ebenen im Raum durch einfache Gleichungen darstellen lassen. Die Verwendung von Vektoren ermöglicht es ihnen, geometrische Fragestellungen nach Parallelität, Inzidenz und Teilverhältnissen mit Hilfe eines geeignet gewählten Koordinatensystems durch einfache rechnerische Verfahren zu beantworten. Sie sollen räumlich-geometrische Sachverhalte in Schrägbildern veranschaulichen können. Sie erleben am Beispiel von Sätzen aus der affinen Geometrie die Eleganz vektorieller Beweismethoden und lernen, solche Beweise selbst zu finden und zu führen.

Affines Koordinatensystem

Gleichungen von Gerade und Ebene

Veranschaulichung im Schrägbild

Lagebeziehungen zwischen Punkten, Geraden und Ebenen

Bestimmung von Teilverhältnissen

Beweisverfahren bei Sätzen der affinen Geometrie

Geeignet für eine selbständige Erarbeitung zum Beispiel in Form einer Planarbeit oder Gruppenarbeit

